Cours · Mathématiques | Tronc Commun Scientifique

La droite dans le plan

المستقيم في المستوى

Droite dans le plan au Tronc Commun : coordonnées, colinéarité, équations cartésiennes et paramétriques, intersections et 9 exercices corrigés.

Rédigé et vérifié par Mohammed TAOUFIK, professeur et fondateur de MORAJA3A

Télécharger le cours complet (PDF)

Objectifs de la séance

- Repère et coordonnées
- Équations d'une droite
- Positions relatives

بالعربية 💡 ندرس إحداثيات المتجهات ومعادلات المستقيم والاستقامية والتوازي والتقاطع.

01 Repère et coordonnées

المعلم والإحداثيات

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A ; y_B - y_A)$$

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad \text{(repère orthonormé)}$$

$$\det(\vec{u};\vec{v}) = xy' - x'y$$

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ colinéaires} \iff \det(\vec{u};\vec{v}) = 0$$

EXEMPLE

$A(1;1)$, $B(3;5)$, $C(-1;-3)$: $\overrightarrow{AB} = (2;4)$ et $\overrightarrow{AC} = (-2;-4)$, déterminant nul, points alignés.

بالعربية 💡 تكون المتجهتان مستقيميتين إذا وفقط إذا كانت محددتهما منعدمة.

02 Équations d’une droite

معادلات المستقيم

VECTEUR DIRECTEUR

Vecteur non nul colinéaire à un vecteur reliant deux points distincts de la droite.

$$D(A;\vec{u}) : \quad x = x_A + \alpha t, \quad y = y_A + \beta t \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$ax + by + c = 0, \quad (a;b) \neq (0;0), \quad \vec{u} = (-b;a)$$

La forme cartésienne vient de $\det(\overrightarrow{AM};\vec{u}) = 0$. Si $b \neq 0$, $y = mx + p$, avec pente $m = -a/b$ et directeur $(1;m)$. Si $b = 0$, droite verticale $x = k$, sans pente. Pour $x_A \neq x_B$, $m = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$.

EXEMPLE

$A(1;2)$ et $B(3;6)$: $4(x-1) - 2(y-2) = 0$, soit $2x - y = 0$ ou $y = 2x$.

PIÈGE

Une droite a une infinité d’équations proportionnelles : multiplier toute l’équation par un réel non nul ne change pas la droite.

03 Positions relatives

الأوضاع النسبية لمستقيمين

PARALLÉLISME ET INTERSECTION

$ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si $ab' - a'b = 0$. Sinon elles sont sécantes : résoudre le système. En forme réduite, parallélisme si même pente.

EXEMPLE

$2x - y + 1 = 0$, $x + y - 4 = 0$: déterminant 3, addition donne $x = 1$ puis $y = 3$.

بالعربية 💡 يكون المستقيمان متوازيين إذا كانت المحددة منعدمة أو إذا كان لهما نفس الميل.

04 Exercices corrigés

تمارين مصححة

Cherche d’abord seul, puis ouvre la correction pour comparer ta démarche.

Exercice 1 — Coordonnées et distance

1. Dans un repère orthonormé, $A(1;2)$ et $B(4;-1)$: calculer $\overrightarrow{AB}$, le milieu et la distance.

$\overrightarrow{AB} = (3; -3)$; $I(5/2; 1/2)$; $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Exercice 2 — Colinéarité

1. $\vec{u} = (2; -3)$ et $\vec{v} = (-4; 6)$ sont-ils colinéaires ?
2. Trouver m pour $(m; 3)$ et $(2; m-1)$ colinéaires. Tester l'alignement de $A(1;1), B(3;5), C(-1;-3)$.

$12 - 12 = 0$: oui. $m(m-1) - 6 = 0$ donne $m = 3$ ou −2. Les points sont alignés car les vecteurs $(2; 4)$ et $(-2; -4)$ sont colinéaires.

Exercice 3 — Représentation paramétrique

1. Droite par $A(2; -1)$ de directeur $(3; 1)$: donner la représentation et tester $C(8; 1)$ et $E(5; 1)$.

$x = 2 + 3t$, $y = -1 + t$. C : $t = 2$ convient aux deux coordonnées. E : $t = 1$ donne $y = 0 \neq 1$, donc n'appartient pas.

Exercice 4 — Équation cartésienne

1. Droite (AB) avec $A(1; 2), B(3; 6)$; droite par $C(-1; 3)$ de directeur $(2; -5)$.

$2x - y = 0$; $-5(x+1) - 2(y-3) = 0$, soit $5x + 2y - 1 = 0$.

Exercice 5 — Équation réduite

1. Pour $3x + 2y - 6 = 0$, donner forme réduite, pente, directeur, intersections avec les axes et tracer.

$y = -3x/2 + 3$, pente $-3/2$, directeur $(-2; 3)$; intersections $(2; 0)$ et $(0; 3)$. Relier ces deux points.

Exercice 6 — Parallèle

1. Droite par $C(-1; 4)$ parallèle à $3x + 2y - 6 = 0$?

$3x + 2y + c = 0$. En C : $-3 + 8 + c = 0$, donc $c = -5$. Équation $3x + 2y - 5 = 0$.

Exercice 7 — Intersection

1. Comparer $D_1 : 2x - y + 1 = 0$, $D_2 : x + y - 4 = 0$; puis $D_3 : 4x - 2y + 5 = 0$ et D_1.

D_1, D_2 sécantes en $(1; 3)$. D_3 s'écrit $2x - y + 5/2 = 0$: même coefficients, constante différente ; strictement parallèle à D_1.

Exercice 8 — Paramètre

1. $D_m : mx + 2y - 1 = 0$, $D : 3x - y + 2 = 0$: pour quel m sont-elles parallèles ? Confondues ?

$-m-6=0$ donne $m=-6$. D_{-6} : $-6x+2y-1=0$, alors que D multipliée par -2 donne $-6x+2y-4=0$. Distinctes.

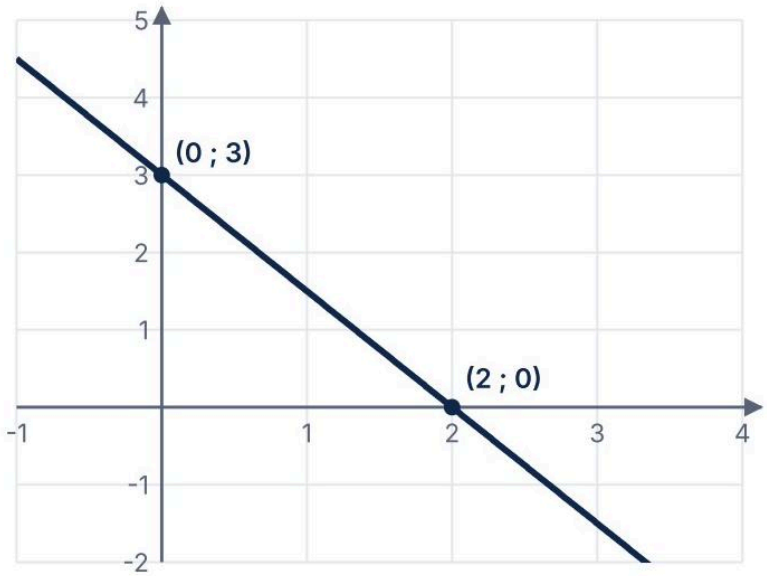
Exercice 9 — Médiane et centre de gravité

1. $A(2;1)$, $B(6;3)$, $C(0;5)$: médiane issue de A, coordonnées de G et vérification.

Milieu de BC : $(3;4)$, directeur $(1;3)$. Médiane $3(x-2)-(y-1)=0$, soit $3x-y-5=0$. $G(8/3;3)$: $8-3-5=0$.

05 Fiche résumé et lexique français-arabe

ملخص ومعجم المصطلحات



Exercice 5 : droite 3x + 2y − 6 = 0.

⚠ **TOP 5 DES ERREURS**

- Inverser les coordonnées du directeur.
- Calculer une distance sans repère orthonormé.
- Attribuer une pente à une verticale.
- Confondre parallèles et confondues.
- Erreur de signe dans le déterminant.

Français	العربية
Repère	معلم
Coordonnées	إحداثيات
Vecteur directeur	متجهة موجهة
Colinéarité	الاستقامية
Déterminant	محددة
Équation cartésienne	معادلة ديكارتية
Représentation paramétrique	تمثيل وسيطي
Pente	ميل
Intersection	تقاطع
Médiane	متوسط
Centre de gravité	مركز الثقل

Rédigé et vérifié par Mohammed TAOUFIK, professeur et fondateur de MORAJA3A