MORAJA3A

MATHS · PHYSIQUE-CHIMIE · SVT

r(Ω ; θ)

π/3

θ

ΩM' = ΩM

COURS · 1ÈRE ANNÉE BAC SCIENCES MATHS · SEMESTRE 1 · GÉOMÉTRIE

La rotation dans le plan

الدوران في المستوى

Angles orientés, définition d'une rotation, rotation réciproque, propriétés de conservation, images de figures usuelles, caractérisation, composition de rotations et de symétries axiales, expression analytique et applications (triangles équilatéraux, carrés, lieux géométriques).

Comprends. Entraîne-toi. Réussis.

Rédigé et vérifié par **Mohammed TAOUFIK**, professeur et fondateur de MORAJA3A

NIVEAU

1ère Bac — Sciences Mathématiques (BIOF)

CONTENU

Cours · Exemples · Pièges · 10 exercices + corrigés

PLATEFORME

moraja3a.app

Sommaire

فهرس الدرس

01	Rappels sur les angles orientés	تذكير بالزوايا الموجهة
02	Définition et premières propriétés	تعريف وخاصيات أولى
03	Propriétés de conservation et images de figures	خاصيات الحفاظ وصور الأشكال
04	Composition et expression analytique	التركيب والتعبير التحليلي
05	Exercices (10 exercices gradués)	تمارين تطبيقية
06	Corrigés détaillés	التصحيح المفصل
07	Fiche résumé et lexique français–arabe	ملخص ومعجم المصطلحات

POURQUOI CE CHAPITRE EST IMPORTANT

La **rotation** est la transformation qui « fait tourner » une figure autour d'un point. Elle conserve les distances et les angles : c'est donc un outil très puissant pour démontrer que deux segments ont la **même longueur**, que deux droites sont **perpendiculaires** ou que des points sont **alignés**, sans aucun calcul. Les exercices avec des **triangles équilatéraux** et des **carrés** se résolvent presque toujours avec une rotation. Elle prépare les nombres complexes de 2ème Bac, où une rotation s'écrit $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.

بالعربية 💡

الدوران تحويل «يدير» الشكل حول نقطة. يحافظ على المسافات والزوايا، فهو أداة قوية لإثبات **تساوي** قطعتين، **تعامد** مستقيمين أو **استقامية** نقط بدون حساب. تمارين **المثلثات المتساوية الأضلاع** و**المربعات** تحل غالبا بالدوران.

Comment utiliser ce cours

- **Définition** (encadré bleu) : ce qu'il faut savoir par cœur.
- **À retenir** (encadré vert) : la loi, la formule ou la méthode clé.
- **Exemple** (encadré doré) : une application corrigée pas à pas.
- **Piège** (encadré rouge) : l'erreur que font beaucoup d'élèves.
- **بالعربية** : une explication courte en arabe pour bien fixer l'idée.
- **Exercices** : énoncés classés APPLICATION APPROFONDISSEMENT TYPE EXAMEN ; tous les corrigés sont regroupés après les exercices.

1 Rappels sur les angles orientés

تذكير بالزوايا الموجهة

ANGLE ORIENTÉ DE DEUX VECTEURS

Le plan est **orienté** (sens direct = sens inverse des aiguilles d'une montre). Pour deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$, l'**angle orienté** $(\vec{u}, \vec{v})$ a une infinité de mesures, qui diffèrent d'un multiple de 2π : si θ en est une, on écrit $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \theta\ [2\pi]$. La mesure appartenant à $]-\pi\ ;\ \pi]$ est la **mesure principale**.

RELATION DE CHASLES ET PROPRIÉTÉS

$$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) \equiv (\vec{u}, \vec{w})\ [2\pi]$$

- $(\vec{v}, \vec{u}) \equiv -(\vec{u}, \vec{v})\ [2\pi]$;
- $(-\vec{u}, \vec{v}) \equiv (\vec{u}, \vec{v}) + \pi\ [2\pi]$;
- pour $k > 0$: $(k\vec{u}, \vec{v}) \equiv (\vec{u}, \vec{v})$; pour $k < 0$: on ajoute π.

CARACTÉRISATIONS UTILES

- A, B, C alignés $\Leftrightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv 0\ [\pi]$.
- $(AB) \perp (CD) \Leftrightarrow (\vec{AB}, \vec{CD}) \equiv \pi/2\ [\pi]$.
- Le triangle ABC est **équilatéral direct** $\Leftrightarrow$ AB = AC et $(\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \pi/3\ [2\pi]$.

💡 بالعربية

الزاوية الموجهة لمتجهتين لها عدة قياسات تختلف بمضاعف لـ 2π. **علاقة شال:** $(u, w) \equiv (v, w) + (u, v)\ [2\pi]$.

النقط A و B و C مستقيمية إذا وفقط إذا كان $(AB, AC) \equiv 0\ [\pi]$.

2 Définition et premières propriétés

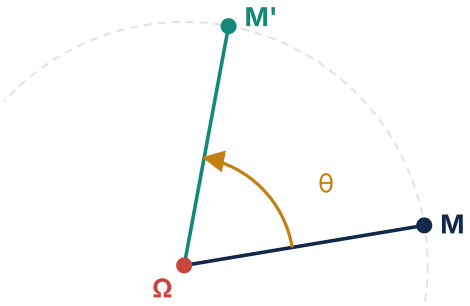
تعريف وخاصيات أولى

DÉFINITION — ROTATION

Soit Ω un point du plan et θ un réel. La **rotation** de **centre** Ω et d'**angle** θ, notée r(Ω ; θ), est la transformation du plan qui :

- transforme Ω en lui-même : r(Ω) = Ω ;
- transforme tout point M ≠ Ω en le point M' tel que :

$$\Omega M' = \Omega M \text{ et } (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) \equiv \theta \ [2\pi]$$



ΩM' = ΩM et (ΩM, ΩM') ≡ θ [2π]

CAS PARTICULIERS

- θ ≡ 0 [2π] : la rotation est l'**identité** du plan (tout point est fixe).
- θ ≡ π [2π] : la rotation est la **symétrie centrale** de centre Ω.
- Si θ ≢ 0 [2π], le centre Ω est le **seul point invariant**.

ROTATION RÉCIPROQUE

r(Ω ; θ) est une **bijection** du plan dans lui-même, et sa réciproque est la rotation de même centre et d'angle opposé :

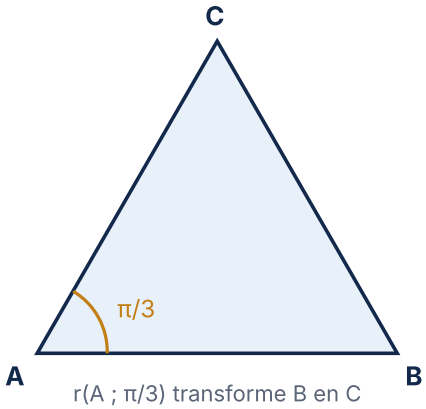
$$r(\Omega ; \theta)^{-1} = r(\Omega ; -\theta)$$

$$r(M) = M' \Leftrightarrow M = r^{-1}(M')$$

TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

Soit ABC un triangle équilatéral **direct**. Alors AB = AC et $(\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \pi/3\ [2\pi]$: la rotation r(A ; π/3) transforme B en C.

De même, r(B ; π/3) transforme C en A, et r(C ; π/3) transforme A en B.



r(A ; π/3) transforme B en C

CARRÉ

Soit ABCD un carré **direct** de centre O. La rotation r(O ; π/2) transforme A en B, B en C, C en D et D en A. La rotation r(A ; π/2) transforme B en D.

PIÈGE

L'ordre des vecteurs dans l'angle compte : c'est $(\vec{\Omega M}, \vec{\Omega M'})$ « du point vers son image ». Si l'on inverse, on obtient la rotation d'angle −θ. Toujours préciser si un triangle (ou un carré) est **direct** ou **indirect**.

بالعربية 💡

الدوران r(Ω ; θ) الذي مركزه Ω وزاويته θ يحول كل نقطة M إلى 'M بحيث ΩM' = ΩM و ('ΩM, ΩM) ≡ θ [2π]. إذا كانت θ ≡ π فهو **تماثل مركزي**. **الدوران العكسي** هو r(Ω ; -θ).

3 Propriétés de conservation et images de figures

خاصيات الحفاظ وصور الأشكال

PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE

Si une rotation r d'angle θ transforme A en A' et B en B', alors :

$$A'B' = AB \text{ et } (\vec{AB}, \vec{A'B'}) \equiv \theta \ [2\pi]$$

En particulier, une rotation est une **isométrie** : elle conserve les distances.

CE QUE CONSERVE UNE ROTATION

- les **distances** (longueurs, périmètres) et les **aires** ;
- les **angles orientés** : $(\vec{A'B'}, \vec{A'C'}) \equiv (\vec{AB}, \vec{AC})$;
- l'**alignement**, le **milieu** et plus généralement le **barycentre** (avec les mêmes coefficients) ;
- le **parallélisme** et l'**orthogonalité**.

IMAGES DES FIGURES USUELLES

Figure	Image par r(Ω ; θ)
segment [AB]	segment [A'B'] de même longueur
droite (D)	droite (D') ; l'angle entre (D) et (D') est θ
demi-droite [AB)	demi-droite [A'B')
cercle C(O ; R)	cercle C(O' ; R) avec O' = r(O), même rayon
triangle, polygone	figure superposable (isométrique)

MÉTHODE — IMAGE D'UNE DROITE

Pour construire l'image d'une droite (D) : prendre deux points A, B de (D) et construire leurs images. Plus rapide : si H est le projeté orthogonal de Ω sur (D), l'image (D') est la droite passant par H' = r(H) et perpendiculaire à (ΩH').

CARACTÉRISATION D'UNE ROTATION

Soient A, B, A', B' des points tels que A ≠ B et A'B' = AB. Si $(\vec{AB}, \vec{A'B'}) \equiv \theta \ [2\pi]$ avec $\theta \not\equiv 0 \ [2\pi]$, il existe une **unique** rotation d'angle θ qui transforme A en A' et B en B'. Son centre Ω est sur la **médiatrice** de [AA'] (et sur celle de [BB'] si ces médiatrices sont distinctes).

APPLICATION CLASSIQUE

Soit ABC un triangle. On construit à l'extérieur les triangles équilatéraux ABD et ACE de sorte que r = r(A ; π/3) transforme D en B et C en E. Montrer que DC = BE et déterminer l'angle $(\vec{DC}, \vec{BE})$.

---

r(D) = B et r(C) = E, donc l'image du segment [DC] est [BE] : BE = DC et $(\vec{DC}, \vec{BE}) \equiv \pi/3\ [2\pi]$. Les droites (DC) et (BE) font donc un angle de 60°.

PIÈGE

Une rotation conserve les angles **orientés** (contrairement à une symétrie axiale, qui les change en leurs opposés). Et l'image d'une droite par une rotation d'angle $\theta \neq 0\ [\pi]$ n'est **jamais** parallèle à la droite de départ.

بالعربية 💡

الدوران **تقايس**: يحافظ على المسافات والزوايا الموجهة والاستقامية والمنتصف والتوازي والتعامد. إذا حول الدوران A إلى A' و B إلى B' فإن A'B' = AB و $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) \equiv \theta$. صورة دائرة هي دائرة لها **نفس الشعاع**.

4 Composition et expression analytique

التركيب والتعبير التحليلي

COMPOSÉE DE DEUX ROTATIONS DE MÊME CENTRE

$$r(\Omega\ ;\ \theta') \circ r(\Omega\ ;\ \theta) = r(\Omega\ ;\ \theta + \theta')$$

En particulier, deux rotations de même centre **commutent**.

COMPOSÉE DE DEUX SYMÉTRIES AXIALES

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en Ω, de vecteurs directeurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$, avec $(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \equiv \alpha\ [\pi]$. Alors :

$$s_{(D_2)} \circ s_{(D_1)} = r(\Omega\ ;\ 2\alpha)$$

Réciproquement, toute rotation de centre Ω est la composée de deux symétries axiales d'axes passant par Ω, l'un des deux axes pouvant être choisi librement.

EXEMPLE

Les droites (Ox) et $(\Delta) : y = x$ se coupent en O et font un angle $\pi/4$. Donc $s_{(\Delta)} \circ s_{(Ox)} = r(O\ ;\ \pi/2)$. Vérification : $s_{(Ox)}(x\ ;\ y) = (x\ ;\ -y)$, puis $s_{(\Delta)}(x\ ;\ -y) = (-y\ ;\ x)$, qui est bien l'image de $(x\ ;\ y)$ par la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$.

EXPRESSION ANALYTIQUE

Dans un repère orthonormé direct, la rotation de centre $\Omega(a\ ;\ b)$ et d'angle θ transforme $M(x\ ;\ y)$ en $M'(x'\ ;\ y')$ avec :

$$x' - a = (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta$$

$$y' - b = (x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta$$

Pour une rotation de centre O : $x' = x\cos\theta - y\sin\theta$ et $y' = x\sin\theta + y\cos\theta$.

ROTATIONS DE CENTRE O À CONNAÎTRE

Angle	Image de M(x ; y)
π/2	(−y ; x)
−π/2	(y ; −x)
π	(−x ; −y)
π/3	((x − y√3)/2 ; (x√3 + y)/2)

IMAGE D'UNE DROITE PAR LE CALCUL

Image de (D) : y = 2x + 1 par r(O ; π/2).

M(x ; y) ∈ (D) a pour image M'(x' ; y') = (−y ; x), donc x = y' et y = −x'. En remplaçant : −x' = 2y' + 1, soit (D') : x + 2y + 1 = 0. On vérifie que (D) ⊥ (D') (pentes 2 et −1/2), ce qui est normal pour un angle de π/2.

💡 بالعربية

مركب دورانين لهما نفس المركز: r(Ω ; θ') ∘ r(Ω ; θ) = r(Ω ; θ + θ'). مركب تماثلين محوريين محوراهما متقاطعان في Ω ويكونان زاوية α هو **دوران** مركزه Ω وزاويته 2α. **التعبير التحليلي**: x' - a = (x - a)cos θ - (y - b)sin θ و y' - b = (x - a)sin θ + (y - b)cos θ.

5 Exercices

تمارين — حاول أولاً قبل قراءة التصحيح!

10 exercices classés par difficulté. Le plan est orienté dans le sens direct. Les corrigés sont regroupés dans la partie suivante : cherche d'abord seul !

EXERCICE 1 — CONSTRUIRE DES IMAGES — APPLICATION

Soit ABC un triangle équilatéral direct de centre O, et I, J, K les milieux respectifs de [BC], [CA], [AB].

1. Déterminer l'image de B, de C et de A par r(O ; 2π/3).
2. Déterminer l'image de B par r(A ; π/3), puis celle de C par r(A ; −π/3).
3. Quelle est l'image de K par r(O ; 2π/3) ? Justifier.

EXERCICE 2 — CARRÉ ET ROTATIONS — APPLICATION

Soit ABCD un carré direct de centre O.

1. Préciser les rotations qui transforment : a) A en B et B en C ; b) B en D en laissant A fixe ; c) A en C et C en A.
2. Déterminer l'image de la droite (AC) par r(O ; π/2).

EXERCICE 3 — EXPRESSION ANALYTIQUE — APPLICATION

Dans un repère orthonormé direct, on considère la rotation r = r(O ; π/2).

1. Déterminer l'image des points A(2 ; 1) et B(−1 ; 3).
2. Déterminer l'image de la droite (D) : $x - 3y + 2 = 0$.
3. Déterminer l'image du cercle (C) : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.

EXERCICE 4 — ROTATION DE CENTRE QUELCONQUE — APPROFONDISSEMENT

Soit r la rotation de centre Ω(1 ; 2) et d'angle π/3.

1. Écrire l'expression analytique de r.
2. Déterminer l'image de A(3 ; 2).
3. Déterminer le point B dont l'image est O(0 ; 0).

EXERCICE 5 — TROUVER LE CENTRE D'UNE ROTATION — APPROFONDISSEMENT

On donne A(3 ; 1), B(4 ; 2), A'(1 ; 3) et B'(0 ; 4).

1. Vérifier que AB = A'B' et calculer une mesure de $(\vec{AB}, \vec{A'B'})$.
2. En déduire qu'il existe une rotation r transformant A en A' et B en B', et déterminer son centre Ω.

EXERCICE 6 — TRIANGLES ÉQUILATÉRAUX ACCOLÉS APPROFONDISSEMENT

Soient OAB et OCD deux triangles équilatéraux directs ayant le sommet O en commun.

1. Montrer que la rotation $r = r(O ; \pi/3)$ transforme A en B et C en D.
2. En déduire que AC = BD et que les droites (AC) et (BD) font un angle de $\pi/3$.
3. Soit M le milieu de [AC] et N le milieu de [BD]. Montrer que le triangle OMN est équilatéral.

EXERCICE 7 — CARRÉS EXTÉRIEURS APPROFONDISSEMENT

Soit ABC un triangle. On construit les points E et G tels que AE = AB, $(\vec{AE}, \vec{AB}) \equiv -\pi/2$, AG = AC et $(\vec{AC}, \vec{AG}) \equiv -\pi/2$ (carrés construits sur [AB] et [AC]).

1. Montrer que la rotation $r = r(A ; -\pi/2)$ transforme E en B et C en G.
2. En déduire que EC = BG et que (EC) $\perp$ (BG).

EXERCICE 8 — COMPOSITION APPROFONDISSEMENT

Soit Ω un point du plan.

1. Déterminer $r(\Omega ; \pi/3) \circ r(\Omega ; \pi/6)$ et $r(\Omega ; 5\pi/6) \circ r(\Omega ; \pi/6)$.
2. Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en Ω faisant un angle de $\pi/6$. Déterminer $s_{(D_2)} \circ s_{(D_1)}$ et $s_{(D_1)} \circ s_{(D_2)}$.
3. Écrire la rotation $r(O ; \pi/2)$ comme composée de deux symétries axiales, l'une d'axe (Ox).

EXERCICE 9 — LIEU GÉOMÉTRIQUE TYPE EXAMEN

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon R, et A un point fixe extérieur à (C). Pour tout point M de (C), on construit le point N tel que le triangle AMN soit équilatéral direct.

1. Montrer que N est l'image de M par une rotation que l'on précisera.
2. En déduire l'ensemble décrit par N quand M décrit (C).
3. Construire cet ensemble.

EXERCICE 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN TYPE EXAMEN

Soit ABCD un carré direct de centre O. On note I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].

1. Soit $r = r(O ; \pi/2)$. Déterminer r(A), r(B), r(D), puis r(I).
2. En déduire que DI = AJ et que (DI) $\perp$ (AJ).
3. On note K le point d'intersection de (DI) et (AJ). Montrer que K appartient au cercle de diamètre [AD].
4. Dans le repère orthonormé direct $(A ; \vec{AB}, \vec{AD})$, retrouver les résultats du 2 par le calcul, puis calculer les coordonnées de K.

6 Corrigés détaillés

التصحيح المفصل للتمارين

CORRIGÉ 1 — CONSTRUIRE DES IMAGES

1. OA = OB = OC et, le triangle étant direct, $(\vec{OA}, \vec{OB}) \equiv (\vec{OB}, \vec{OC}) \equiv (\vec{OC}, \vec{OA}) \equiv 2\pi/3\ [2\pi]$. Donc r(A) = B, r(B) = C, r(C) = A.

2. AB = AC et $(\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \pi/3$: r(A ; π/3)(B) = C. Par la réciproque, r(A ; −π/3)(C) = B.

3. K est le milieu de [AB] ; la rotation conserve le milieu, donc r(K) est le milieu de [r(A) r(B)] = [BC] : r(K) = I.

CORRIGÉ 2 — CARRÉ ET ROTATIONS

1. a) $(\vec{AB}, \vec{BC}) \equiv \pi/2$ et AB = BC : rotation d'angle π/2 ; son centre est sur les médiatrices de [AB] et de [BC], qui se coupent en O : r(O ; π/2). b) AB = AD, $(\vec{AB}, \vec{AD}) \equiv \pi/2$: r(A ; π/2). c) r(O ; π), la symétrie centrale de centre O.

2. r(A) = B et r(C) = D : l'image de (AC) est (BD) (l'autre diagonale, perpendiculaire à la première).

CORRIGÉ 3 — EXPRESSION ANALYTIQUE

1. r(x ; y) = (−y ; x) : A'(−1 ; 2), B'(−3 ; −1).

2. Si M'(x' ; y') = r(M), alors x = y' et y = −x'. $M \in (D) \Leftrightarrow y' + 3x' + 2 = 0$: (D') : 3x + y + 2 = 0.

3. Le centre (1 ; −2) a pour image (2 ; 1) ; le rayon est conservé : $(C') : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

CORRIGÉ 4 — ROTATION DE CENTRE QUELCONQUE

1. $x' - 1 = (1/2)(x - 1) - (\sqrt{3}/2)(y - 2)$ et $y' - 2 = (\sqrt{3}/2)(x - 1) + (1/2)(y - 2)$.

2. x − 1 = 2, y − 2 = 0 : x' = 1 + 1 = 2 et $y' = 2 + \sqrt{3}$. $A'(2 ; 2 + \sqrt{3})$.

3. $B = r^{-1}(O)$ avec $r^{-1} = r(\Omega ; -\pi/3)$: $x - 1 = (1/2)(0 - 1) + (\sqrt{3}/2)(0 - 2) = -1/2 - \sqrt{3}$ et $y - 2 = -(\sqrt{3}/2)(-1) + (1/2)(-2) = \sqrt{3}/2 - 1$. Donc $B(1/2 - \sqrt{3} ; 1 + \sqrt{3}/2)$.

CORRIGÉ 5 — TROUVER LE CENTRE D'UNE ROTATION

1. $\vec{AB}(1 ; 1)$, $\vec{A'B'}(-1 ; 1)$: AB = A'B' = √2. Produit scalaire −1 + 1 = 0 et déterminant 1 × 1 − 1 × (−1) = 2 > 0 : l'angle vaut π/2.

2. Il existe une unique rotation r d'angle π/2 qui convient. Si Ω(a ; b) : x' = a − (y − b) et y' = b + (x − a). Avec A → A' : 1 = a − 1 + b et 3 = b + 3 − a, d'où a = b et 2a = 2 : Ω(1 ; 1). Vérification avec B : x' = 1 − 1 = 0, y' = 1 + 3 = 4 ✓.

CORRIGÉ 6 — TRIANGLES ÉQUILATÉRAUX ACCOLÉS

1. OA = OB et $(\vec{OA}, \vec{OB}) \equiv \pi/3$ (triangle direct) : r(A) = B. De même r(C) = D.

2. L'image de [AC] est [BD] : BD = AC et $(\vec{AC}, \vec{BD}) \equiv \pi/3\ [2\pi]$.

3. La rotation conserve le milieu : r(M) = N. Donc ON = OM et $(\vec{OM}, \vec{ON}) \equiv \pi/3$: le triangle OMN est équilatéral (direct).

CORRIGÉ 7 — CARRÉS EXTÉRIEURS

1. AB = AE et $(\vec{AE}, \vec{AB}) \equiv -\pi/2$: r(E) = B. AG = AC et $(\vec{AC}, \vec{AG}) \equiv -\pi/2$: r(C) = G.

2. L'image du segment [EC] est [BG] : BG = EC et $(\vec{EC}, \vec{BG}) \equiv -\pi/2\ [2\pi]$, donc (EC) ⊥ (BG).

CORRIGÉ 8 — COMPOSITION

1. r(Ω ; π/2) ; r(Ω ; π), la symétrie centrale de centre Ω.

2. $s_{(D_2)} \circ s_{(D_1)} = r(\Omega\ ;\ \pi/3)$; dans l'autre ordre l'angle change de signe : $s_{(D_1)} \circ s_{(D_2)} = r(\Omega\ ;\ -\pi/3)$.

3. Il faut 2α = π/2, α = π/4 : $r(O\ ;\ \pi/2) = s_{(\Delta)} \circ s_{(Ox)}$ avec (Δ) : y = x (vérifié dans le cours).

CORRIGÉ 9 — LIEU GÉOMÉTRIQUE

1. AN = AM et $(\vec{AM}, \vec{AN}) \equiv \pi/3\ [2\pi]$: N = r(M) avec r = r(A ; π/3).

2. Quand M décrit (C), N décrit l'image de (C) par r : c'est le cercle (C') de centre O' = r(O) et de rayon R.

3. On construit O' tel que AOO' soit équilatéral direct, puis le cercle de centre O' et de rayon R.

CORRIGÉ 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN

1. r(A) = B, r(B) = C, r(D) = A. I est le milieu de [AB], donc r(I) est le milieu de [BC] : r(I) = J.

2. r transforme [DI] en [AJ] : AJ = DI et $(\vec{DI}, \vec{AJ}) \equiv \pi/2$, donc (DI) ⊥ (AJ).

3. L'angle ∠AKD est droit (les droites sont perpendiculaires en K), donc K est sur le cercle de diamètre [AD].

4. A(0 ; 0), B(1 ; 0), D(0 ; 1), I(1/2 ; 0), J(1 ; 1/2). $\vec{DI}$(1/2 ; −1), $\vec{AJ}$(1 ; 1/2) : produit scalaire 1/2 − 1/2 = 0 et DI = AJ = √5/2 ✓. (AJ) : y = x/2 ; (DI) : y = 1 − 2x. Intersection : x/2 = 1 − 2x, x = 2/5, y = 1/5 : K(2/5 ; 1/5). Vérification : le cercle de diamètre [AD] a pour centre (0 ; 1/2) et rayon 1/2 : $(2/5)^2 + (1/5 - 1/2)^2 = 4/25 + 9/100 = 25/100 = 1/4$ ✓.

7 Fiche résumé

ملخص الدرس — للمراجعة السريعة

Quelle méthode pour quelle question ?

Je dois…	Méthode	بالعربية
montrer que r(A) = B	ΩA = ΩB et (ΩA, ΩB) ≡ θ [2π]	صورة نقطة
montrer AB = CD ou (AB) ⊥ (CD)	trouver une rotation qui envoie [AB] sur [CD]	التساوي والتعامد
triangle équilatéral / carré	rotation d'angle ±π/3 / ±π/2 de centre un sommet ou le centre	مثلث متساوي الأضلاع، مربع
trouver le centre	intersection des médiatrices de [AA'] et [BB'], ou calcul	مركز الدوران
image d'une droite, d'un cercle	images de deux points / du centre (rayon conservé)	صورة مستقيم ودائرة
lieu géométrique	le point mobile est l'image d'un point d'un ensemble connu	المحل الهندسي

LES FORMULES CLÉS

$\Omega M' = \Omega M$; $(\Omega M, \Omega M') \equiv \theta\ [2\pi]$

$A'B' = AB$; $(AB, A'B') \equiv \theta\ [2\pi]$

$r(\Omega ; \theta)^{-1} = r(\Omega ; -\theta)$

$s_{D2} \circ s_{D1} = r(\Omega ; 2(D1, D2))$

$r(O ; \pi/2) : (x ; y) \mapsto (-y ; x)$

TOP 5 DES ERREURS

- Inverser l'ordre des vecteurs dans l'angle.
- Oublier de préciser si le triangle est direct.
- Croire qu'une rotation change le rayon d'un cercle.
- Oublier de diviser par 2 l'angle de la composée de symétries (ou de doubler !).
- Confondre $r(\Omega ; \theta)^{-1}$ et $r(\Omega ; \theta)$.

Lexique français — arabe معجم المصطلحات

Français	العربية	Français	العربية
Rotation	دوران	Isométrie	تقايس
Centre	مركز	Symétrie centrale	تماثل مركزي
Angle orienté	زاوية موجهة	Symétrie axiale	تماثل محوري
Sens direct	المنحى المباشر	Composée	مركب
Mesure principale	القياس الرئيسي	Triangle équilatéral	مثلث متساوي الأضلاع
Image	صورة	Carré	مربع
Point invariant	نقطة صامدة	Médiatrice	واسط قطعة
Rotation réciproque	الدوران العكسي	Lieu géométrique	محل هندسي

Besoin d'aide sur ce chapitre ? Séance d'essai 100 % gratuite.

Cours en direct sur Google Meet · Petits groupes de 8 élèves max · Programme marocain · moraja3a.app · WhatsApp +212 617 638 536

احجز حصتك التجريبية المجانية على موقع moraja3a.app — افهم، تدرّب، انجح.