MORAJA3A

MATHS · PHYSIQUE-CHIMIE · SVT

COURS · 1ÈRE ANNÉE BAC SCIENCES EXPÉRIMENTALES · SEMESTRE 1 · GÉOMÉTRIE

# Le barycentre dans le plan

## المرجح في المستوى

Barycentre de deux et de trois points pondérés, propriétés, coordonnées, associativité, réduction de vecteurs, alignement, concours de droites et ensembles de points — expliqués pas à pas.

**Comprends. Entraîne-toi. Réussis.**

Rédigé et vérifié par **Mohammed TAOUFIK**, professeur et fondateur de MORAJA3A

**NIVEAU**
1ère Bac — Sciences Expérimentales (BIOF)

**CONTENU**
Cours · Exemples · Pièges · 10 exercices + corrigés

**PLATEFORME**
moraja3a.app

# Sommaire

## فهرس الدرس


| | | |
|---|---|---|
| 01 | Barycentre de deux points | مرجح نقطتين |
| 02 | Barycentre de trois points | مرجح ثلاث نقط |
| 03 | Applications | تطبيقات |
| 04 | Exercices (10 exercices gradués) | تمارين تطبيقية |
| 05 | Corrigés détaillés | التصحيح المفصل |
| 06 | Fiche résumé et lexique français–arabe | ملخص ومعجم المصطلحات |


**POURQUOI CE CHAPITRE EST IMPORTANT**

Le barycentre permet de **remplacer une somme de vecteurs par un seul vecteur**. C'est l'outil le plus rapide pour démontrer que des points sont **alignés**, que des droites sont **concourantes**, ou pour déterminer un **ensemble de points**. En physique, c'est le **centre d'inertie** (centre de gravité) d'un système.

**بالعربية** 💡

**المرجح** يمكّن من تعويض مجموع عدة متجهات بمتجهة واحدة. إنه أداة سريعة لإثبات **استقامية** النقط و**تلاقي** المستقيمات وتحديد **مجموعات النقط**. في الفيزياء يمثل **مركز القصور**.

## Comment utiliser ce cours

- **Définition** (encadré bleu) : ce qu'il faut savoir par cœur.
- **À retenir** (encadré vert) : la loi, la formule ou la méthode clé.
- **Exemple** (encadré doré) : une application corrigée pas à pas.
- **Piège** (encadré rouge) : l'erreur que font beaucoup d'élèves.
- **بالعربية** : une explication courte en arabe pour bien fixer l'idée.
- **Exercices** : énoncés classés APPLICATION APPROFONDISSEMENT TYPE EXAMEN ; tous les corrigés sont regroupés après les exercices.

# 1 Barycentre de deux points

## مرجح نقطتين

**DÉFINITION — POINT PONDÉRÉ**

Un **point pondéré** est un couple (A ; α) formé d'un point A du plan et d'un réel α appelé **poids** (ou coefficient).

**THÉORÈME ET DÉFINITION**

Soient (A ; α) et (B ; β) deux points pondérés tels que α + β ≠ 0. Il existe un **unique** point G tel que :

$$\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} = \vec{0}$$

Ce point s'appelle le **barycentre** des points pondérés (A ; α) et (B ; β). On note G = Bar{(A ; α), (B ; β)}. On a :

$$\vec{AG} = (\beta/(\alpha + \beta))\, \vec{AB}$$

**POURQUOI ? (DÉMONSTRATION)**

Avec Chasles, $\vec{GB} = \vec{GA} + \vec{AB}$, donc :

$\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha + \beta)\vec{GA} + \beta\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AG} = (\beta/(\alpha + \beta))\vec{AB}$.

Comme α + β ≠ 0, cette égalité définit un point G unique. ∎




**CONSTRUIRE UN BARYCENTRE**

Construire G = Bar{(A ; 2), (B ; 3)}.

α + β = 5 ≠ 0 et $\vec{AG} = (3/5)\vec{AB}$ : on place G sur [AB] aux 3/5 de A (figure ci-dessus). G est plus proche de B, qui a le plus grand poids.

**PROPRIÉTÉS**

- **Homogénéité** : pour tout réel k ≠ 0, Bar{(A ; kα), (B ; kβ)} = Bar{(A ; α), (B ; β)}. On peut multiplier ou diviser tous les poids par un même réel non nul.
- G appartient à la droite (AB) (les points A, B, G sont alignés).
- Si α et β sont de **même signe**, G appartient au segment [AB].
- L'**isobarycentre** de A et B (poids égaux) est le **milieu** de [AB].

**PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE (RÉDUCTION)**

Si G = Bar{(A ; α), (B ; β)}, alors pour **tout point** M du plan :

$$\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} = (\alpha + \beta) \vec{MG}$$

**COORDONNÉES DU BARYCENTRE**

Dans un repère, si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ :

$$x_G = (\alpha x_A + \beta x_B)/(\alpha + \beta) \text{ et } y_G = (\alpha y_A + \beta y_B)/(\alpha + \beta)$$

(On prend M = O dans la propriété caractéristique.)

**EXEMPLE**

A(1 ; 2), B(4 ; −1), G = Bar{(A ; 2), (B ; −1)}.

α + β = 1 : $x_G = (2 \times 1 - 4)/1 = -2$ et $y_G = (2 \times 2 + 1)/1 = 5$. Donc G(−2 ; 5). Ici les poids sont de signes contraires : G est hors du segment [AB].

**PIÈGE — A + B = 0**

Si α + β = 0, le barycentre **n'existe pas**. Dans ce cas, $\alpha\vec{MA} - \alpha\vec{MB} = \alpha\vec{BA}$ est un vecteur **constant** (indépendant de M).

**بالعربية**

**مرجح** النقطتين المتزنتين (A ; α) و (B ; β) مع α + β ≠ 0 هو النقطة الوحيدة G التي تحقق α GA + β GB = 0.

نستعمل العلاقة AG = (β/(α+β)) AB لإنشائه. إذا كان α + β = 0 فلا يوجد مرجح.

# 2 Barycentre de trois points

## مرجح ثلاث نقط

**THÉORÈME ET DÉFINITION**

Soient (A ; α), (B ; β) et (C ; γ) trois points pondérés tels que α + β + γ ≠ 0. Il existe un unique point G tel que :

$$\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} + \gamma \vec{GC} = \vec{0}$$

G est le barycentre de ces trois points pondérés. Pour **tout point** M :

$$\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} + \gamma \vec{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\vec{MG}$$

En particulier avec M = A : $\vec{AG} = (\beta \vec{AB} + \gamma \vec{AC})/(\alpha + \beta + \gamma)$.

**COORDONNÉES**

$$x_G = (\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C)/(\alpha + \beta + \gamma) \; ; \; y_G = (\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C)/(\alpha + \beta + \gamma)$$

**ASSOCIATIVITÉ (BARYCENTRE PARTIEL)**

Si α + β ≠ 0 et H = Bar{(A ; α), (B ; β)}, alors :

$$G = \text{Bar}\{(A ; \alpha), (B ; \beta), (C ; \gamma)\} = \text{Bar}\{(H ; \alpha + \beta), (C ; \gamma)\}$$

On peut **regrouper** deux points en les remplaçant par leur barycentre affecté de la **somme** de leurs poids.

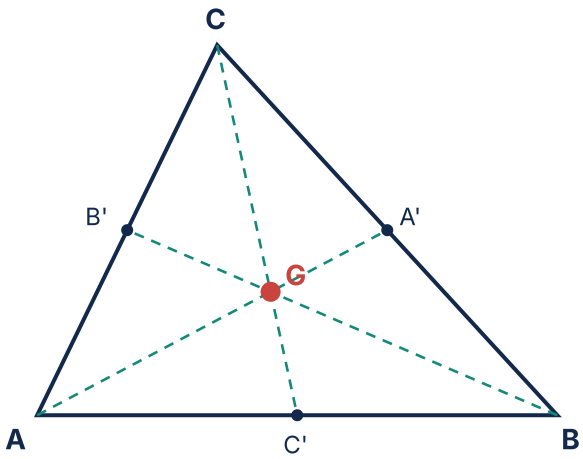
**CONSTRUIRE G PAR ASSOCIATIVITÉ**

Construire G = Bar{(A ; 1), (B ; 1), (C ; 2)}.

Soit I le milieu de [AB] : I = Bar{(A ; 1), (B ; 1)}. Par associativité, G = Bar{(I ; 2), (C ; 2)} : G est le **milieu de** [IC].

**DÉFINITION — ISOBARYCENTRE ET CENTRE DE GRAVITÉ**

L'**isobarycentre** de A, B, C (poids égaux) est le **centre de gravité** du triangle ABC, point de concours des médianes. Si A' est le milieu de [BC] : $\vec{AG} = (2/3)\vec{AA'}$.



Isobarycentre = centre de gravité : AG = (2/3) AA'

**PIÈGE**

Pour utiliser l'associativité, les deux points regroupés doivent avoir une somme de poids **non nulle**. Si α + β = 0, regrouper plutôt A avec C, ou B avec C.

**بالعربية** 💡

**مرجح ثلاث نقط** يوجد إذا كان $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. **خاصية التجميعية**: يمكن تعويض نقطتين بمرجحهما مرفقا بمجموع معاملاتهما. مركز ثقل المثلث هو مرجح رؤوسه بمعاملات متساوية.

# 3 Applications
## تطبيقات

### Réduire une somme de vecteurs اختزال مجموع متجهات

**EXEMPLE**

Réduire $\vec{u} = 2\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}$.

$2 + 1 - 1 = 2 \neq 0$. Soit $G = \text{Bar}\{(A ; 2), (B ; 1), (C ; -1)\}$. Alors $\vec{u} = 2\vec{MG}$ pour tout point M.

### Démontrer un alignement ou un concours إثبات الاستقامية أو التلاقي

**MÉTHODE**

- **Alignement** : si G est barycentre de A et B, alors A, B, G sont alignés. On exprime donc un point comme barycentre des deux autres.
- **Concours de droites** : on montre que le même point G appartient aux trois droites, en utilisant l'associativité de trois manières différentes.

**CONCOURS**

ABC triangle, $I = \text{Bar}\{(A ; 1), (B ; 2)\}$, $J = \text{Bar}\{(B ; 2), (C ; 3)\}$, $K = \text{Bar}\{(A ; 1), (C ; 3)\}$. Montrer que (AJ), (BK), (CI) sont concourantes.

Soit $G = \text{Bar}\{(A ; 1), (B ; 2), (C ; 3)\}$ ($1 + 2 + 3 = 6 \neq 0$). Par associativité :

- $G = \text{Bar}\{(A ; 1), (J ; 5)\}$ donc $G \in (AJ)$ ;
- $G = \text{Bar}\{(B ; 2), (K ; 4)\}$ donc $G \in (BK)$ ;
- $G = \text{Bar}\{(I ; 3), (C ; 3)\}$ donc $G \in (CI)$.

Les trois droites passent par G : elles sont concourantes. ∎

### Déterminer un ensemble de points تحديد مجموعة نقط

**MÉTHODE**

On réduit chaque somme vectorielle à l'aide d'un barycentre, puis on reconnaît :

- $MG = r$ ($r > 0$) : **cercle** de centre G et de rayon r ;
- $MG = MH$ : **médiatrice** du segment [GH] ;
- $\vec{MG}$ colinéaire à un vecteur fixe $\vec{u}$ : **droite** passant par G de vecteur directeur $\vec{u}$.

**EXEMPLE**

AB = 6. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M tels que $\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = 6$.

Soit G = Bar{(A ; 1), (B ; 2)}. Alors $\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MG}$, donc la condition devient 3MG = 6, soit MG = 2. (Γ) est le **cercle de centre** G **et de rayon 2**.

**PIÈGE**

$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 2MI$ (avec I milieu), mais $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| \neq MA + MB$ en général. Il faut toujours **réduire d'abord** le vecteur, puis prendre la norme.

**💡 بالعربية**

لتحديد مجموعة النقط: نختزل المجموع المتجهي باستعمال المرجح، ثم نتعرف على المجموعة: MG = r **دائرة**، MG = MH **واسط قطعة**، و MG مستقيمية مع متجهة ثابتة **مستقيم**.

# 4 Exercices

## تمارين — حاول أولاً قبل قراءة التصحيح!

10 exercices classés par difficulté. Les corrigés sont regroupés dans la partie suivante : cherche d'abord seul !

### EXERCICE 1 — CONSTRUIRE DES BARYCENTRES APPLICATION

Soient A et B deux points distincts. Construire, en justifiant :

1. $G_1$ = Bar{(A ; 1), (B ; 3)}
2. $G_2$ = Bar{(A ; 3), (B ; −1)}
3. $G_3$ = Bar{(A ; −2), (B ; 5)}
4. Peut-on définir Bar{(A ; 4), (B ; −4)} ?

### EXERCICE 2 — EXPRIMER UN POINT COMME BARYCENTRE APPLICATION

Dans chaque cas, exprimer G comme barycentre de A et B :

1. $\vec{AG} = (2/7)\vec{AB}$
2. $3\vec{GA} = 2\vec{GB}$
3. $\vec{GB} = -4\vec{GA}$

### EXERCICE 3 — COORDONNÉES APPLICATION

Dans un repère, on donne A(2 ; 1), B(−1 ; 4) et C(3 ; −2).

1. Calculer les coordonnées de $G_1$ = Bar{(A ; 2), (B ; 1)}.
2. Calculer les coordonnées de $G_2$ = Bar{(A ; 1), (B ; −2), (C ; 3)}.
3. Calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

### EXERCICE 4 — RÉDUCTION DE SOMMES VECTORIELLES APPLICATION

Soit ABC un triangle. Réduire, pour tout point M :

1. $\vec{u} = 3\vec{MA} - \vec{MB}$
2. $\vec{v} = \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}$
3. $\vec{w} = 2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}$

### EXERCICE 5 — ASSOCIATIVITÉ APPROFONDISSEMENT

Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB] et G = Bar{(A ; 1), (B ; 1), (C ; 4)}.

1. Montrer que G = Bar{(I ; 2), (C ; 4)} et construire G.
2. Soit J = Bar{(B ; 1), (C ; 4)}. Montrer que A, G et J sont alignés.
3. Exprimer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

### EXERCICE 6 — ALIGNEMENT ET INTERSECTION APPROFONDISSEMENT

Soit ABC un triangle. On définit les points E et F par $\vec{AE} = (1/3)\vec{AB}$ et $\vec{CF} = 2\vec{CB}$.

1. Écrire E comme barycentre de A et B, puis F comme barycentre de B et C.
2. Soit G = Bar{(A ; 4), (B ; 2), (C ; −1)}. Justifier l'existence de G, puis montrer que G ∈ (EC) et que G ∈ (AF).
3. En déduire le point d'intersection des droites (EC) et (AF), et exprimer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AF}$.

### EXERCICE 7 — ENSEMBLES DE POINTS (1) APPROFONDISSEMENT

Soit [AB] un segment de longueur 4. Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que :

1. $\|2\vec{MA} + \vec{MB}\| = 6$
2. $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - 3\vec{MB}\|$

### EXERCICE 8 — ENSEMBLES DE POINTS (2) APPROFONDISSEMENT

Soit ABC un triangle et G son centre de gravité.

1. Déterminer l'ensemble $(E_1)$ des points M tels que $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3$.
2. Déterminer l'ensemble $(E_2)$ des points M tels que $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ soit colinéaire à $\vec{BC}$.

### EXERCICE 9 — PROBLÈME DE CONCOURS TYPE EXAMEN

Soit ABC un triangle. On considère P = Bar{(B ; 2), (C ; 1)}, Q = Bar{(A ; 3), (C ; 1)} et R = Bar{(A ; 3), (B ; 2)}.

1. Construire P, Q et R.
2. Montrer que les droites (AP), (BQ) et (CR) sont concourantes en un point G que l'on précisera.
3. Exprimer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AP}$.
4. Dans le repère $(A ; \vec{AB}, \vec{AC})$, donner les coordonnées de G.

**EXERCICE 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN** TYPE EXAMEN

Soit ABCD un parallélogramme de centre O. On note G = Bar{(A ; 1), (B ; 2), (C ; 1)}.

1. Montrer que G est le milieu de [OB].
2. En utilisant $\vec{GA} + \vec{GC} = 2\vec{GO}$ et $\vec{GB} + \vec{GD} = 2\vec{GO}$, montrer que G = Bar{(B ; 3), (D ; 1)}.
3. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MB} - \vec{MD}\|$.

# 5 Corrigés détaillés

## التصحيح المفصل للتمارين

### CORRIGÉ 1 — CONSTRUIRE DES BARYCENTRES

1. $\vec{AG_1} = (3/4)\vec{AB}$ : $G_1 \in [AB]$, aux trois quarts en partant de A.
2. $\vec{AG_2} = (-1/2)\vec{AB}$ : $G_2$ est sur (AB), du côté opposé à B par rapport à A, avec $AG_2 = AB/2$.
3. $\vec{AG_3} = (5/3)\vec{AB}$ : $G_3$ est sur (AB) au-delà de B, avec $BG_3 = (2/3)AB$.
4. Non : $4 + (-4) = 0$, le barycentre n'existe pas.

### CORRIGÉ 2 — EXPRIMER UN POINT COMME BARYCENTRE

1. $\vec{AG} = (\beta/(\alpha + \beta))\vec{AB}$ avec $\beta/(\alpha + \beta) = 2/7$ : on prend $\beta = 2$, $\alpha = 5$. $G = Bar\{(A ; 5), (B ; 2)\}$.
2. $3\vec{GA} - 2\vec{GB} = \vec{0}$ : $G = Bar\{(A ; 3), (B ; -2)\}$.
3. $4\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$ : $G = Bar\{(A ; 4), (B ; 1)\}$.

### CORRIGÉ 3 — COORDONNÉES

**1.** $x = (4 - 1)/3 = 1$, $y = (2 + 4)/3 = 2$ : $G_1(1 ; 2)$.

**2.** Somme des poids : 2. $x = (2 + 2 + 9)/2 = 13/2$, $y = (1 - 8 - 6)/2 = -13/2$ : $G_2(13/2 ; -13/2)$.

**3.** $x = (2 - 1 + 3)/3 = 4/3$, $y = (1 + 4 - 2)/3 = 1$ : $G(4/3 ; 1)$.

### CORRIGÉ 4 — RÉDUCTION DE SOMMES VECTORIELLES

1. $3 - 1 = 2 \neq 0$ : avec $G_1 = Bar\{(A ; 3), (B ; -1)\}$, $\vec{u} = 2\vec{MG_1}$.
2. $4 \neq 0$ : avec $G_2 = Bar\{(A ; 1), (B ; 1), (C ; 2)\}$, $\vec{v} = 4\vec{MG_2}$.
3. $2 - 1 - 1 = 0$ : pas de barycentre. $\vec{w} = (\vec{MA} - \vec{MB}) + (\vec{MA} - \vec{MC}) = \vec{BA} + \vec{CA}$ : vecteur **constant**. Avec I milieu de [BC], $\vec{w} = 2\vec{IA}$.

### CORRIGÉ 5 — ASSOCIATIVITÉ

**1.** $I = Bar\{(A ; 1), (B ; 1)\}$ ; par associativité, $G = Bar\{(I ; 2), (C ; 4)\} = Bar\{(I ; 1), (C ; 2)\}$, donc $\vec{IG} = (2/3)\vec{IC}$.

**2.** Par associativité, $G = Bar\{(A ; 1), (J ; 5)\}$ : $G \in (AJ)$, donc A, G, J sont alignés.

**3.** $\vec{AG} = (1 \times \vec{AB} + 4\vec{AC})/6 = (1/6)\vec{AB} + (2/3)\vec{AC}$.

### CORRIGÉ 6 — ALIGNEMENT ET INTERSECTION

**1.** $\vec{AE} = (1/3)\vec{AB} = (\beta/(\alpha + \beta))\vec{AB}$ avec $\alpha = 2$, $\beta = 1$ : $E = \text{Bar}\{(A ; 2), (B ; 1)\} = \text{Bar}\{(A ; 4), (B ; 2)\}$ (homogénéité). Pour $F = \text{Bar}\{(B ; \beta), (C ; \gamma)\}$ : $\vec{CF} = (\beta/(\beta + \gamma))\vec{CB}$ ; on veut $\beta/(\beta + \gamma) = 2$, par exemple $\beta = 2$ et $\gamma = -1$ : $F = \text{Bar}\{(B ; 2), (C ; -1)\}$.

**2.** $4 + 2 - 1 = 5 \neq 0$ : G existe. Par associativité, en regroupant A et B : $G = \text{Bar}\{(E ; 6), (C ; -1)\}$, donc $G \in (EC)$. En regroupant B et C : $G = \text{Bar}\{(A ; 4), (F ; 1)\}$, donc $G \in (AF)$.

**3.** Les droites (EC) et (AF) ne sont pas parallèles (elles se coupent en G) : leur point d'intersection est G. Comme $G = \text{Bar}\{(A ; 4), (F ; 1)\}$, $\vec{AG} = (1/5)\vec{AF}$.

### CORRIGÉ 7 — ENSEMBLES DE POINTS (1)

**1.** $G = \text{Bar}\{(A ; 2), (B ; 1)\}$ : $2\vec{MA} + \vec{MB} = 3\vec{MG}$, donc $3MG = 6$, $MG = 2$. C'est le **cercle de centre G et de rayon 2**, avec $\vec{AG} = (1/3)\vec{AB}$.

**2.** I milieu de [AB] : $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$. $H = \text{Bar}\{(A ; 1), (B ; -3)\}$ : $\vec{MA} - 3\vec{MB} = -2\vec{MH}$. La condition devient $2MI = 2MH$, soit $MI = MH$ : c'est la **médiatrice de** [IH], avec $\vec{AH} = (3/2)\vec{AB}$.

### CORRIGÉ 8 — ENSEMBLES DE POINTS (2)

**1.** $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$, donc $3MG = 3$, $MG = 1$ : cercle de centre G de rayon 1.

**2.** $3\vec{MG}$ colinéaire à $\vec{BC} \Leftrightarrow$ M appartient à la droite passant par G et parallèle à (BC).

### CORRIGÉ 9 — PROBLÈME DE CONCOURS

**1.** $\vec{BP} = (1/3)\vec{BC}$, $\vec{AQ} = (1/4)\vec{AC}$, $\vec{AR} = (2/5)\vec{AB}$.

**2.** Soit $G = \text{Bar}\{(A ; 3), (B ; 2), (C ; 1)\}$ (somme $6 \neq 0$). Associativité : $G = \text{Bar}\{(A ; 3), (P ; 3)\} \Rightarrow G \in (AP)$ ; $G = \text{Bar}\{(B ; 2), (Q ; 4)\} \Rightarrow G \in (BQ)$ ; $G = \text{Bar}\{(R ; 5), (C ; 1)\} \Rightarrow G \in (CR)$. Les trois droites concourent en G.

**3.** $G = \text{Bar}\{(A ; 3), (P ; 3)\}$ : G est le **milieu** de [AP], $\vec{AG} = (1/2)\vec{AP}$.

**4.** A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(0 ; 1) : $x_G = 2/6 = 1/3$ et $y_G = 1/6$. Donc G(1/3 ; 1/6).

### CORRIGÉ 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN

**1.** O est le milieu de [AC] : $O = \text{Bar}\{(A ; 1), (C ; 1)\}$. Par associativité, $G = \text{Bar}\{(O ; 2), (B ; 2)\}$ : G est le **milieu de** [OB].

**2.** Par définition, $\vec{GA} + 2\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, donc $2\vec{GO} + 2\vec{GB} = \vec{0}$. Or O est aussi le milieu de [BD], donc $2\vec{GO} = \vec{GB} + \vec{GD}$. On obtient $\vec{GB} + \vec{GD} + 2\vec{GB} = \vec{0}$, c'est-à-dire $3\vec{GB} + \vec{GD} = \vec{0}$ : $G = \text{Bar}\{(B ; 3), (D ; 1)\}$. (Vérification : $\vec{BG} = (1/4)\vec{BD}$, et G est bien le milieu de [OB] puisque $BO = BD/2$.)

**3.** $\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC} = 4\vec{MG}$ et $\vec{MB} - \vec{MD} = \vec{DB}$ (vecteur constant). La condition s'écrit $4MG = BD$, soit $MG = BD/4$ : (Γ) est le **cercle de centre** G **et de rayon** BD/4, qui passe par B et par O.

# 6 Fiche résumé

## ملخص الدرس — للمراجعة السريعة

### Quelle méthode pour quelle question ?

| Je dois… | Méthode | بالعربية |
|---|---|---|
| construire G = Bar{(A ; α), (B ; β)} | AG = β/(α + β) AB | إنشاء المرجح |
| calculer les coordonnées de G | moyenne pondérée des coordonnées | إحداثيات المرجح |
| réduire αMA + βMB + γMC | si Σ ≠ 0 : (α + β + γ) MG | اختزال مجموع |
| montrer un alignement | écrire un point comme barycentre des deux autres | الاستقامية |
| montrer un concours | un même G, associativité de 3 façons | التلاقي |
| trouver un ensemble de points | réduire puis reconnaître cercle / médiatrice / droite | مجموعة نقط |

**LES FORMULES CLÉS**

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$AG = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \cdot AB$$

$$\alpha MA + \beta MB + \gamma MC = (\alpha + \beta + \gamma)\, MG$$

$$x_G = \Sigma \alpha_i x_i \,/\, \Sigma \alpha_i$$

$$Bar\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\} = Bar\{(H;\alpha+\beta),(C;\gamma)\}$$

**TOP 5 DES ERREURS**

- Oublier de vérifier que la somme des poids est non nulle.
- Écrire AG = α/(α + β) AB au lieu de β/(α + β).
- Regrouper deux points dont la somme des poids est nulle.
- Prendre la norme avant de réduire la somme.
- Oublier d'affecter au barycentre partiel la somme des poids.

## Lexique français — arabe معجم المصطلحات

| Français | العربية | Français | العربية |
|---|---|---|---|
| Point pondéré | نقطة متزنة | Réduire | اختزال |
| Poids, coefficient | معامل | Alignés | مستقيمية |
| Barycentre | مرجح | Concourantes | متلاقية |
| Isobarycentre | مركز ثقل متساوي المعاملات | Ensemble de points | مجموعة نقط |
| Milieu | منتصف | Médiatrice | واسط قطعة |
| Centre de gravité | مركز الثقل | Cercle | دائرة |
| Associativité | التجميعية | Colinéaires | مستقيمتان |
| Barycentre partiel | مرجح جزئي | Coordonnées | إحداثيات |

**Besoin d'aide sur ce chapitre ? Séance d'essai 100 % gratuite.**

Cours en direct sur Google Meet · Petits groupes de 8 élèves max · Programme marocain · moraja3a.app · WhatsApp +212 617 638 536

احجز حصتك التجريبية المجانية على موقع moraja3a.app — افهم، تدرّب، انجح.