MORAJA3A

MATHS · PHYSIQUE-CHIMIE · SVT

cos(a+b)

sin 2a

COURS · 1ÈRE ANNÉE BAC SCIENCES EXPÉRIMENTALES · SEMESTRE 1 · GÉOMÉTRIE

Calcul trigonométrique

الحساب المثلثي

π/4

Rappels, formules d'addition, formules de duplication, linéarisation, expression en fonction de tan(x/2), transformation de a cos x + b sin x, équations et inéquations trigonométriques.

tan(x/2)

Comprends. Entraîne-toi. Réussis.

Rédigé et vérifié par **Mohammed TAOUFIK**, professeur et fondateur de MORAJA3A

NIVEAU
1ère Bac — Sciences Expérimentales (BIOF)

CONTENU
Cours · Exemples · Pièges · 10 exercices + corrigés

PLATEFORME
moraja3a.app

Sommaire

فهرس الدرس

01	Rappels essentiels	تذكير
02	Formules d'addition et de duplication	صيغ الجمع وصيغ التضعيف
03	Transformation de a cos x + b sin x	تحويل a cos x + b sin x
04	Équations et inéquations trigonométriques	المعادلات والمتراجحات المثلثية
05	Exercices (10 exercices gradués)	تمارين تطبيقية
06	Corrigés détaillés	التصحيح المفصل
07	Fiche résumé et lexique français–arabe	ملخص ومعجم المصطلحات

POURQUOI CE CHAPITRE EST IMPORTANT

Les formules trigonométriques permettent de **calculer des valeurs exactes** (comme cos(π/12)), de **simplifier** des expressions et de **résoudre des équations**. Elles sont indispensables pour les limites (sin x / x), la dérivation des fonctions trigonométriques, et en physique pour les **oscillations** et le **courant alternatif** (2ème Bac).

بالعربية 💡

صيغ **الحساب المثلثي** تمكّن من حساب **قيم مضبوطة**، **تبسيط** التعابير، و**حل المعادلات**. ستحتاجها في النهايات والاشتقاق، وفي الفيزياء لدراسة **التذبذبات** و**التيار المتناوب**.

Comment utiliser ce cours

- **Définition** (encadré bleu) : ce qu'il faut savoir par cœur.
- **À retenir** (encadré vert) : la loi, la formule ou la méthode clé.
- **Exemple** (encadré doré) : une application corrigée pas à pas.
- **Piège** (encadré rouge) : l'erreur que font beaucoup d'élèves.
- **بالعربية** : une explication courte en arabe pour bien fixer l'idée.
- **Exercices** : énoncés classés APPLICATION APPROFONDISSEMENT TYPE EXAMEN ; tous les corrigés sont regroupés après les exercices.

1 Rappels essentiels

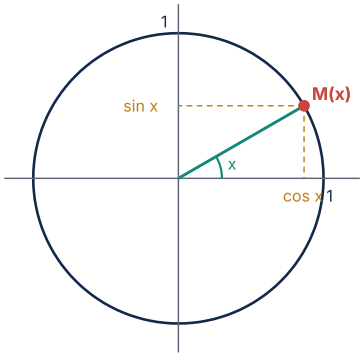
تذكير

LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

Sur le cercle trigonométrique, au réel x correspond le point M(cos x ; sin x). Pour tout réel x :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \; ; \; -1 \leq \cos x \leq 1 \; ; \; -1 \leq \sin x \leq 1$$

Pour $x \neq \pi/2 + k\pi$: $\tan x = \sin x / \cos x$ et $1 + \tan^2 x = 1/\cos^2 x$.



VALEURS REMARQUABLES

x	0	π/6	π/4	π/3	π/2
cos x	1	√3/2	√2/2	1/2	0
sin x	0	1/2	√2/2	√3/2	1
tan x	0	√3/3	1	√3	—

ANGLES ASSOCIÉS

	−x	π − x	π + x	π/2 − x	π/2 + x
cos	cos x	−cos x	−cos x	sin x	−sin x
sin	−sin x	sin x	−sin x	cos x	cos x
tan	−tan x	−tan x	tan x	1/tan x	−1/tan x

PÉRIODICITÉ

Pour tout $k \in \mathbb{Z}$: $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$, $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$, $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

EXEMPLE

Calculer $A = \cos(5\pi/6) + \sin(7\pi/6) + \tan(3\pi/4)$.

$\cos(5\pi/6) = \cos(\pi - \pi/6) = -\sqrt{3}/2$; $\sin(7\pi/6) = \sin(\pi + \pi/6) = -1/2$; $\tan(3\pi/4) = \tan(\pi - \pi/4) = -1$. Donc $A = -\sqrt{3}/2 - 3/2$.

💡 بالعربية

على **الدائرة المثلثية** النقطة M(cos x ; sin x). تذكر: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$، و**الزوايا المرتبطة** (-x، π - x، π + x، π/2 - x) تساعد على حساب قيم كثيرة.

2 Formules d'addition et de duplication

صيغ الجمع وصيغ التضعيف

FORMULES D'ADDITION

Pour tous réels a et b :

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\tan(a+b) = (\tan a + \tan b)/(1 - \tan a \tan b) \; ; \; \tan(a-b) = (\tan a - \tan b)/(1 + \tan a \tan b)$$

(pour la tangente, sous réserve d'existence.)

D'OÙ VIENT COS(A − B) ?

Soient U(cos a ; sin a) et V(cos b ; sin b) sur le cercle trigonométrique. D'une part $\vec{OU} \cdot \vec{OV} = 1 \times 1 \times \cos(a-b)$. D'autre part, avec les coordonnées, $\vec{OU} \cdot \vec{OV} = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. On en déduit la formule. Les autres s'obtiennent en remplaçant b par −b ou par π/2 − b. ∎

VALEURS EXACTES DE COS(Π/12) ET SIN(Π/12)

$\pi/12 = \pi/3 - \pi/4$.

$\cos(\pi/12) = \cos(\pi/3)\cos(\pi/4) + \sin(\pi/3)\sin(\pi/4) = (1/2)(\sqrt{2}/2) + (\sqrt{3}/2)(\sqrt{2}/2) = (\sqrt{2} + \sqrt{6})/4$.

$\sin(\pi/12) = \sin(\pi/3)\cos(\pi/4) - \cos(\pi/3)\sin(\pi/4) = (\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$.

FORMULES DE DUPLICATION

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\tan 2a = 2 \tan a \,/\, (1 - \tan^2 a)$$

FORMULES DE LINÉARISATION

$$\cos^2 a = (1 + \cos 2a)/2 \text{ et } \sin^2 a = (1 - \cos 2a)/2$$

EXEMPLE

Calculer $\cos(\pi/8)$.

$\cos^2(\pi/8) = (1 + \cos(\pi/4))/2 = (2 + \sqrt{2})/4$. Comme $\cos(\pi/8) > 0$: $\cos(\pi/8) = \sqrt{(2 + \sqrt{2})}/2$.

EXPRESSION EN FONCTION DE T = TAN(X/2)

Pour $x \neq \pi + 2k\pi$, en posant $t = \tan(x/2)$:

$$\cos x = (1 - t^2)/(1 + t^2) \; ; \; \sin x = 2t/(1 + t^2) \; ; \; \tan x = 2t/(1 - t^2)$$

TRANSFORMATIONS SOMME ↔ PRODUIT

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

PIÈGE

$\cos(a+b) \neq \cos a + \cos b$! Par exemple $\cos(\pi/3 + \pi/3) = \cos(2\pi/3) = -1/2$, alors que $\cos(\pi/3) + \cos(\pi/3) = 1$. Et dans $\cos(a+b)$ il y a un **moins**, dans $\cos(a-b)$ un **plus**.

💡 بالعربية

صيغ الجمع: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ و $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$. **صيغ التضعيف**: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ و $\cos 2a = 2\cos^2$

1 - a. انتبه: $\cos(a+b)$ لا يساوي $\cos a + \cos b$.

3 Transformation de a cos x + b sin x

تحويل a cos x + b sin x

MÉTHODE

Soient a et b deux réels non tous nuls. On pose $r = \sqrt{a^2 + b^2}$. Alors :

$$a\cos x + b\sin x = r\left(\frac{a}{r}\cos x + \frac{b}{r}\sin x\right) = r\cos(x - \varphi)$$

où φ est un réel tel que $\cos\varphi = a/r$ et $\sin\varphi = b/r$.

EXEMPLE

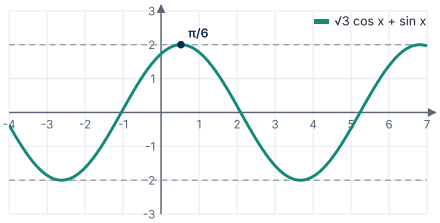
Transformer $\sqrt{3}\cos x + \sin x$.

$r = \sqrt{3+1} = 2$. $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x\right)$. On cherche φ avec $\cos\varphi = \sqrt{3}/2$ et $\sin\varphi = 1/2$: $\varphi = \pi/6$. Donc :

$$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

APPLICATION : VALEURS EXTRÊMES

La fonction $f(x) = \sqrt{3}\cos x + \sin x = 2\cos(x - \pi/6)$ a pour maximum 2 (atteint pour $x = \pi/6 + 2k\pi$) et pour minimum -2.



PIÈGE

Il faut **les deux** conditions $\cos\varphi = a/r$ et $\sin\varphi = b/r$ pour déterminer φ. Avec une seule, on peut se tromper de signe.

بالعربية

لتحويل $a\cos x + b\sin x$ نحسب $r = \sqrt{a^2 + b^2}$، ثم نبحث عن φ بحيث $\cos\varphi = a/r$ و $\sin\varphi = b/r$، فنحصل على $r\cos(x - \varphi)$.

4 Équations et inéquations trigonométriques

المعادلات والمتراجحات المثلثية

ÉQUATIONS DE BASE

Pour tout $k \in \mathbb{Z}$:

$$\cos x = \cos a \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \text{ ou } x = -a + 2k\pi$$

$$\sin x = \sin a \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - a + 2k\pi$$

$$\tan x = \tan a \Leftrightarrow x = a + k\pi$$

MÉTHODE GÉNÉRALE

1. Se ramener à $\cos X = c$, $\sin X = c$ ou $\tan X = c$.
2. Si $|c| > 1$ (pour cos ou sin) : **pas de solution**.
3. Sinon, trouver un angle a connu tel que $\cos a = c$ (ou $\sin a = c$, $\tan a = c$).
4. Appliquer les formules, puis, si demandé, sélectionner les solutions dans l'intervalle donné (en donnant des valeurs à k).

EXEMPLE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$.

$\cos x = -\sqrt{2}/2 = \cos(3\pi/4)$. Donc $x = 3\pi/4 + 2k\pi$ ou $x = -3\pi/4 + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

EXEMPLE 2 — DANS UN INTERVALLE

Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$: $\sin(2x) = 1/2$.

$\sin 2x = \sin(\pi/6) \Leftrightarrow 2x = \pi/6 + 2k\pi$ ou $2x = 5\pi/6 + 2k\pi \Leftrightarrow x = \pi/12 + k\pi$ ou $x = 5\pi/12 + k\pi$.

Dans $[0 ; 2\pi]$: $S = \{\pi/12 ; 5\pi/12 ; 13\pi/12 ; 17\pi/12\}$.

EXEMPLE 3 — AVEC A COS X + B SIN X

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$.

$2\cos(x - \pi/6) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos(x - \pi/6) = \sqrt{2}/2 = \cos(\pi/4)$. Donc $x - \pi/6 = \pm\pi/4 + 2k\pi$: $x = 5\pi/12 + 2k\pi$ ou $x = -\pi/12 + 2k\pi$.

EXEMPLE 4 — ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.

On pose $X = \sin x$: $2X^2 - X - 1 = 0 \Leftrightarrow (X - 1)(2X + 1) = 0$. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \pi/2 + 2k\pi$; $\sin x = -1/2 \Leftrightarrow x = -\pi/6 + 2k\pi$ ou $x = 7\pi/6 + 2k\pi$.

INÉQUATIONS

On résout d'abord l'équation associée sur un intervalle de longueur 2π, puis on lit le résultat sur le **cercle trigonométrique** (ou sur la courbe).

EXEMPLE 5 — INÉQUATION

Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$: $\cos x \geq 1/2$.

$\cos x = 1/2$ pour $x = -\pi/3$ et $x = \pi/3$. Sur le cercle, $\cos x \geq 1/2$ correspond à l'arc situé à droite de la droite verticale d'abscisse $1/2$:
$S = [-\pi/3 ; \pi/3]$.

PIÈGE

Ne pas oublier la **deuxième famille** de solutions ($-a$ pour cos, $\pi - a$ pour sin). Et pour $\sin 2x = c$, on divise $2k\pi$ par 2 : la période devient $k\pi$.

💡 بالعربية

المعادلات الأساسية: $\cos x = \cos a$ يعني $x = a + 2k\pi$ أو $x = -a + 2k\pi$، و $\sin x = \sin a$ يعني $x = a + 2k\pi$ أو $x = \pi - a + 2k\pi$. للمتراجحات نستعمل **الدائرة المثلثية**.

5 Exercices

تمارين — حاول أولاً قبل قراءة التصحيح!

10 exercices classés par difficulté. Les corrigés sont regroupés dans la partie suivante : cherche d'abord seul !

EXERCICE 1 — ANGLES ASSOCIÉS APPLICATION

Simplifier :

1. $A = \sin(\pi - x) + \cos(\pi/2 - x) - 2\sin(-x)$
2. $B = \cos(\pi + x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi/2 + x)$
3. $C = \cos(\pi/7) + \cos(2\pi/7) + \cos(5\pi/7) + \cos(6\pi/7)$

EXERCICE 2 — VALEURS EXACTES APPLICATION

Calculer les valeurs exactes de :

1. $\cos(7\pi/12)$ et $\sin(7\pi/12)$ (on remarquera que $7\pi/12 = \pi/3 + \pi/4$)
2. $\tan(\pi/12)$
3. $\sin(\pi/8)$

EXERCICE 3 — DUPLICATION APPLICATION

Soit $x \in]0 ; \pi/2[$ tel que $\cos x = 3/5$.

1. Calculer $\sin x$ et $\tan x$.
2. Calculer $\sin 2x$, $\cos 2x$ et $\tan 2x$.
3. Calculer $\cos(x/2)$.

EXERCICE 4 — ÉQUATIONS SIMPLES APPLICATION

Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis représenter les solutions sur le cercle trigonométrique :

1. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$
2. $\cos(2x - \pi/3) = \cos x$
3. $\tan x = -1$
4. $\sin x = \cos(2x)$

EXERCICE 5 — IDENTITÉS À DÉMONTRER APPROFONDISSEMENT

Démontrer que, pour tout réel x (là où les expressions existent) :

1. $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + \sin 2x$
2. $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$
3. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$
4. $(1 - \cos 2x)/\sin 2x = \tan x$

EXERCICE 6 — A COS X + B SIN X APPROFONDISSEMENT

Écrire sous la forme $r\cos(x - \varphi)$:

1. $\cos x + \sin x$
2. $\cos x - \sqrt{3}\sin x$
3. $-3\cos x + 3\sin x$

En déduire le maximum et le minimum de la fonction $f(x) = \cos x - \sqrt{3}\sin x$.

EXERCICE 7 — ÉQUATIONS DANS UN INTERVALLE APPROFONDISSEMENT

Résoudre dans l'intervalle I indiqué :

1. $\cos(3x) = -1/2$ dans $I = [0 ; \pi]$
2. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ dans $I = [0 ; 2\pi[$
3. $\cos x + \sin x = 1$ dans $I =]-\pi ; \pi]$

EXERCICE 8 — INÉQUATIONS APPROFONDISSEMENT

Résoudre :

1. $2\sin x - 1 < 0$ dans $[0 ; 2\pi]$
2. $\sqrt{2}\cos x + 1 \geq 0$ dans $]-\pi ; \pi]$
3. $\tan x \leq \sqrt{3}$ dans $]-\pi/2 ; \pi/2[$

EXERCICE 9 — AVEC T = TAN(X/2) TYPE EXAMEN

1. Montrer que pour $x \neq \pi + 2k\pi$, en posant $t = \tan(x/2)$: $\cos x = (1 - t^2)/(1 + t^2)$ et $\sin x = 2t/(1 + t^2)$.
2. Résoudre dans $]-\pi ; \pi[$ l'équation $3\cos x + 4\sin x = 3$ en utilisant ces formules.

EXERCICE 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN TYPE EXAMEN

On considère $E(x) = \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Calculer $E(0)$, $E(\pi/6)$ et $E(\pi/4)$.
2. Montrer que $E(x) = 2\cos(2x - \pi/3)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $E(x) = 1$, puis donner les solutions dans $[0 ; \pi]$.
4. Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation $E(x) \geq 1$.
5. Montrer que $E(x) - 2 = -4\sin^2(x - \pi/6)$. En déduire que $E(x) \leq 2$ et préciser quand il y a égalité.

6 Corrigés détaillés

التصحيح المفصل للتمارين

CORRIGÉ 1 — ANGLES ASSOCIÉS

1. A = sin x + sin x + 2 sin x = 4 sin x.
2. B = −cos x − cos x + cos x = −cos x.
3. cos(6π/7) = cos(π − π/7) = −cos(π/7) et cos(5π/7) = −cos(2π/7). Donc C = 0.

CORRIGÉ 2 — VALEURS EXACTES

1. cos(7π/12) = (1/2)(√2/2) − (√3/2)(√2/2) = (√2 − √6)/4. sin(7π/12) = (√3/2)(√2/2) + (1/2)(√2/2) = (√6 + √2)/4.

2. tan(π/12) = tan(π/3 − π/4) = (√3 − 1)/(1 + √3) = (√3 − 1)²/(3 − 1) = (4 − 2√3)/2 = 2 − √3.

3. sin²(π/8) = (1 − cos(π/4))/2 = (2 − √2)/4 ; sin(π/8) > 0 : sin(π/8) = √(2 − √2)/2.

CORRIGÉ 3 — DUPLICATION

1. sin² x = 1 − 9/25 = 16/25 ; x ∈]0 ; π/2[donc sin x > 0 : sin x = 4/5 ; tan x = 4/3.

2. sin 2x = 2 × (4/5)(3/5) = 24/25 ; cos 2x = 2 × 9/25 − 1 = −7/25 ; tan 2x = (24/25)/(−7/25) = −24/7.

3. cos²(x/2) = (1 + cos x)/2 = 4/5 ; x/2 ∈]0 ; π/4[donc cos(x/2) > 0 : cos(x/2) = 2/√5 = 2√5/5.

CORRIGÉ 4 — ÉQUATIONS SIMPLES

1. sin x = √3/2 = sin(π/3) : x = π/3 + 2kπ ou x = 2π/3 + 2kπ.
2. 2x − π/3 = x + 2kπ ⇒ x = π/3 + 2kπ ; ou 2x − π/3 = −x + 2kπ ⇒ x = π/9 + 2kπ/3.
3. tan x = tan(−π/4) : x = −π/4 + kπ.
4. sin x = cos 2x = sin(π/2 − 2x) : x = π/2 − 2x + 2kπ ⇒ x = π/6 + 2kπ/3 ; ou x = π − π/2 + 2x + 2kπ ⇒ x = −π/2 − 2kπ, soit x = −π/2 + 2kπ (k décrit ℤ).

CORRIGÉ 5 — IDENTITÉS À DÉMONTRER

1. cos² x + 2 sin x cos x + sin² x = 1 + sin 2x. ∎
2. (cos² x − sin² x)(cos² x + sin² x) = cos 2x × 1. ∎
3. sin 3x = sin(2x + x) = sin 2x cos x + cos 2x sin x = 2 sin x cos² x + (1 − 2sin² x) sin x = 2 sin x(1 − sin² x) + sin x − 2 sin³ x = 3 sin x − 4 sin³ x. ∎
4. (1 − cos 2x)/sin 2x = 2 sin² x/(2 sin x cos x) = sin x / cos x = tan x. ∎

CORRIGÉ 6 — A COS X + B SIN X

1. r = √2 ; cos φ = sin φ = √2/2 : φ = π/4. cos x + sin x = √2 cos(x − π/4).
2. r = 2 ; cos φ = 1/2, sin φ = −√3/2 : φ = −π/3. cos x − √3 sin x = 2 cos(x + π/3).
3. r = 3√2 ; cos φ = −√2/2, sin φ = √2/2 : φ = 3π/4. −3 cos x + 3 sin x = 3√2 cos(x − 3π/4).

f(x) = 2 cos(x + π/3) : maximum 2 (pour x = −π/3 + 2kπ), minimum −2 (pour x = 2π/3 + 2kπ).

CORRIGÉ 7 — ÉQUATIONS DANS UN INTERVALLE

1. 3x = ±2π/3 + 2kπ ⇔ x = ±2π/9 + 2kπ/3. Dans [0 ; π] : x = 2π/9, x = −2π/9 + 2π/3 = 4π/9, x = 2π/9 + 2π/3 = 8π/9. S = {2π/9 ; 4π/9 ; 8π/9}.

2. X = cos x : 2X² − 3X + 1 = (X − 1)(2X − 1) = 0. cos x = 1 ⇒ x = 0 ; cos x = 1/2 ⇒ x = π/3 ou 5π/3. S = {0 ; π/3 ; 5π/3}.

3. √2 cos(x − π/4) = 1 ⇔ cos(x − π/4) = √2/2 ⇔ x − π/4 = ±π/4 + 2kπ ⇔ x = π/2 + 2kπ ou x = 2kπ. Dans]−π ; π] : S = {0 ; π/2}.

CORRIGÉ 8 — INÉQUATIONS

1. sin x < 1/2. Égalité en π/6 et 5π/6. Sur le cercle : S = [0 ; π/6[∪]5π/6 ; 2π].

2. cos x ≥ −√2/2. Égalité en ±3π/4 : S = [−3π/4 ; 3π/4].

3. tan est croissante sur]−π/2 ; π/2[et tan(π/3) = √3 : S =]−π/2 ; π/3].

CORRIGÉ 9 — AVEC T = TAN(X/2)

1. $\cos x = \cos^2(x/2) - \sin^2(x/2) = \cos^2(x/2)(1 - t^2)$ et $\cos^2(x/2) = 1/(1 + t^2)$. Donc $\cos x = (1 - t^2)/(1 + t^2)$. De même $\sin x = 2\sin(x/2)\cos(x/2) = 2t\cos^2(x/2) = 2t/(1 + t^2)$. ∎

2. Dans $]-\pi ; \pi[$, $x/2 \in]-\pi/2 ; \pi/2[$ et t existe. $3(1 - t^2) + 8t = 3(1 + t^2) \Leftrightarrow -6t^2 + 8t = 0 \Leftrightarrow 2t(4 - 3t) = 0$. $t = 0 \Rightarrow x = 0$. $t = 4/3$: x est l'unique $x \in]0 ; \pi[$ tel que $\tan(x/2) = 4/3$; alors $\cos x = (1 - 16/9)/(1 + 16/9) = -7/25$ et $\sin x = (8/3)/(25/9) = 24/25$. Vérification : $3(-7/25) + 4(24/25) = 75/25 = 3$ ✓.

CORRIGÉ 10 — SYNTHÈSE — TYPE EXAMEN

1. $E(0) = 1$; $E(\pi/6) = 1/2 + \sqrt{3} \times \sqrt{3}/2 = 2$; $E(\pi/4) = 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

2. $2\cos(2x - \pi/3) = 2(\cos 2x \times 1/2 + \sin 2x \times \sqrt{3}/2) = \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$. ∎

3. $\cos(2x - \pi/3) = 1/2 = \cos(\pi/3) \Leftrightarrow 2x - \pi/3 = \pm\pi/3 + 2k\pi \Leftrightarrow x = \pi/3 + k\pi$ ou $x = k\pi$. Dans $[0 ; \pi]$: $S = \{0 ; \pi/3 ; \pi\}$.

4. $\cos(2x - \pi/3) \geq 1/2$. Pour $x \in [0 ; \pi]$, $X = 2x - \pi/3 \in [-\pi/3 ; 5\pi/3]$. $\cos X \geq 1/2 \Leftrightarrow X \in [-\pi/3 ; \pi/3]$ (sur cet intervalle ; $5\pi/3$ donne aussi l'égalité). Donc $x \in [0 ; \pi/3]$ ou $x = \pi$: $S = [0 ; \pi/3] \cup \{\pi\}$.

5. $E(x) - 2 = 2(\cos(2x - \pi/3) - 1) = 2(-2\sin^2(x - \pi/6)) = -4\sin^2(x - \pi/6)$, car $1 - \cos 2a = 2\sin^2 a$ avec $a = x - \pi/6$. ∎ On retrouve que $E(x) \leq 2$, avec égalité pour $x = \pi/6 + k\pi$.

7 Fiche résumé

ملخص الدرس — للمراجعة السريعة

Quelle méthode pour quelle question ?

Je dois...	Méthode	بالعربية
calculer cos(π/12), sin(5π/12)...	écrire l'angle comme somme ou différence d'angles connus	صيغ الجمع
calculer cos(π/8)	linéarisation : $\cos^2 a = (1 + \cos 2a)/2$	صيغ التضعيف
transformer a cos x + b sin x	$r = \sqrt{(a^2 + b^2)}$, puis r cos(x − φ)	تحويل
résoudre cos x = c	angle connu a, puis x = ±a + 2kπ	معادلة مثلثية
résoudre sin x = c	x = a + 2kπ ou π − a + 2kπ	معادلة مثلثية
équation en cos² ou sin²	changement d'inconnue X = cos x	تغيير المجهول
inéquation	équation associée puis lecture sur le cercle	متراجحة مثلثية

LES FORMULES CLÉS

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$a \cos x + b \sin x = r \cos(x - \varphi)$$

TOP 5 DES ERREURS

- Écrire cos(a + b) = cos a + cos b.
- Se tromper de signe dans cos(a + b).
- Oublier la deuxième famille de solutions.
- Oublier de diviser 2kπ quand on résout cos 2x = c.
- Choisir φ avec une seule des deux conditions.

Lexique français — arabe معجم المصطلحات

Français	العربية	Français	العربية
Cercle trigonométrique	الدائرة المثلثية	Valeur exacte	قيمة مضبوطة
Cosinus	جيب التمام	Période	دور
Sinus	جيب	Équation trigonométrique	معادلة مثلثية
Tangente	ظل	Inéquation	متراجحة
Angles associés	زوايا مرتبطة	Ensemble des solutions	مجموعة الحلول
Formule d'addition	صيغة الجمع	Mesure principale	القياس الرئيسي
Formule de duplication	صيغة التضعيف	Radian	راديان
Linéarisation	إخطاط	Arc	قوس

Besoin d'aide sur ce chapitre ? Séance d'essai 100 % gratuite.

Cours en direct sur Google Meet · Petits groupes de 8 élèves max · Programme marocain · moraja3a.app · WhatsApp +212 617 638 536

احجز حصتك التجريبية المجانية على موقع moraja3a.app — افهم، تدرّب، انجح.